به نام خدا

آزمایش دوم: تیر نامعین

مدرس: دکتر احسان فتحی

مدیر و موسس آموزشگاه آزاد فنی و حرفه‌ای فتحی

Telegram & Instagram: *@FathiTrainingGroup*

Website: *FathiTrainingGroup.com*

Email: *ehsanfathi_eh@yahoo.com*

Tel: *09386249330, 05191012910*

فهرست مطالب

- هدف آزمایش
- تئوری آزمایش
- وسایل انجام آزمایش
- دستگاه آزمایش
- روش انجام آزمایش
- محاسبه مقادیر تئوری
- محاسبه درصد خطای آزمایشگاهی
- جدول داده‌های آزمایش و مقادیر تئوری
- خواسته‌های آزمایش
- روش نوشتن گزارش کار

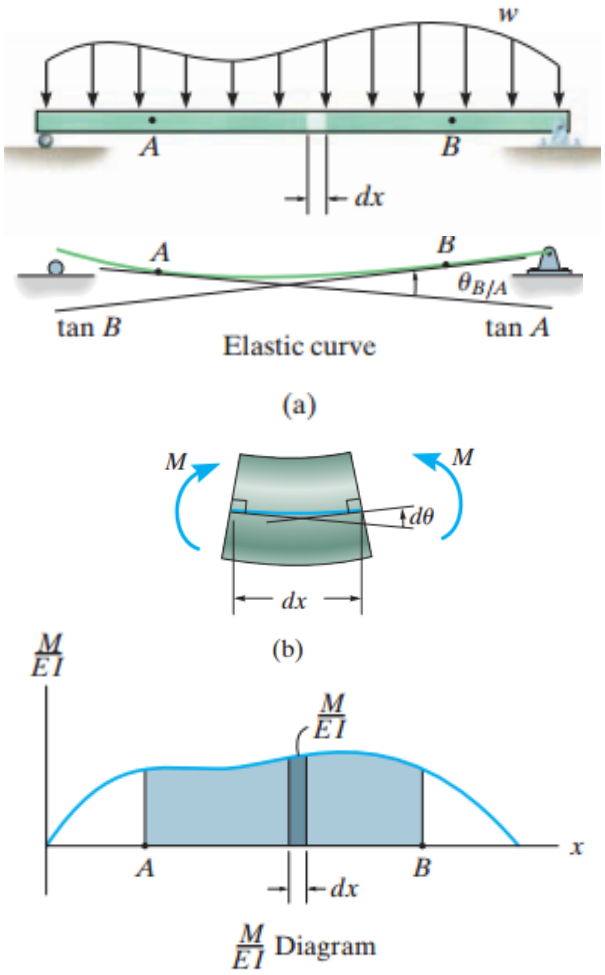
هدف آزمایش

- اندازه‌گیری واکنش‌های تکیه‌گاهی در تیرهای نامعین

تئوری آزمایش

تیری که با معادلات تعادل نمی‌توان واکنش‌های تکیه‌گاهی آن را بدست آورد، نامعین نامیده می‌شود. برای تیرهای نامعین به ازاء هر نیروی مجهول اضافی در ترسیمه آزاد، می‌توان رابطه‌ای هندسی به نام معادله سازگاری معرفی کرد. بر این اساس، تحلیل مسائل نامعین، مبتنی بر همان اصول و روش‌های به کار رفته در حل مسائل معین می‌باشد. از اصل ترکیب اثر نیروها و از روش‌های مساحت لنگر، انرژی و انتگرال‌گیری می‌توان برای تحلیل تیرهای نامعین استفاده کرد.

تئوری آزمایش



❖ **قضیه اول لنگر سطح:**

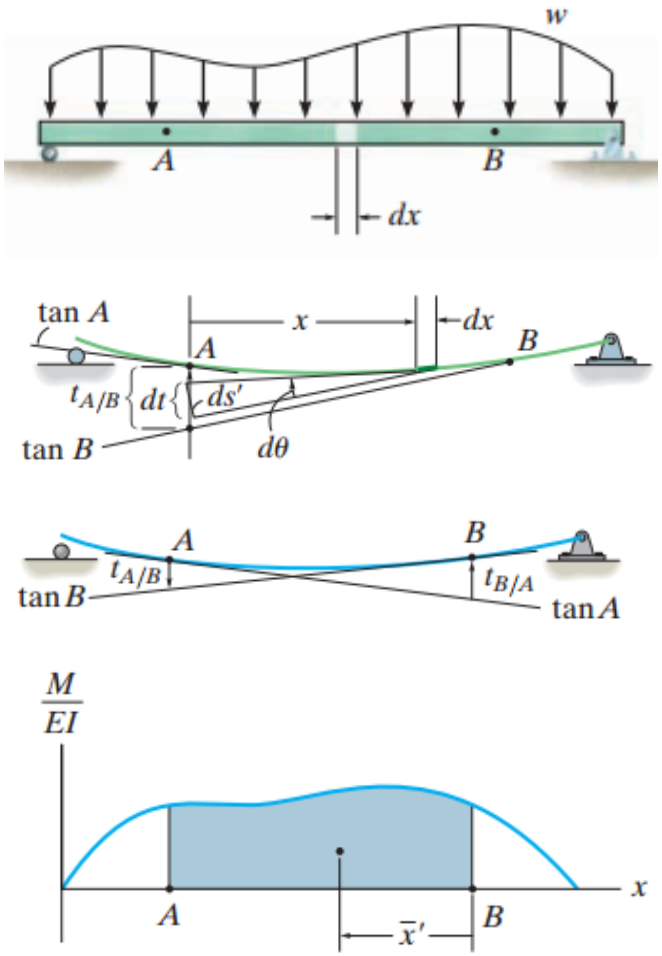
مطابق این قضیه می‌توان زاویه دوران دو نقطه نسبت به یکدیگر را در طول تیر محاسبه کرد.

$$EI\frac{d^2v}{dx^2} = EI\frac{d}{dx}\left(\frac{dv}{dx}\right) = M$$

$$d\theta = \frac{M}{EI}dx$$

$$\theta_{B/A} = \int_A^B \frac{M}{EI}dx$$

تئوری آزمایش



- **قضیه دوم لنگر سطح:**

مطابق این تئوری فاصله عمودی میان مماس بر نقطه A و مماس در نقطه B برابر است با سطح زیر منحنی $\frac{M}{EI}$ بین این دو نقطه. برای محاسبه $t_{B/A}$ این ممان باید حول نقطه B گرفته شود.

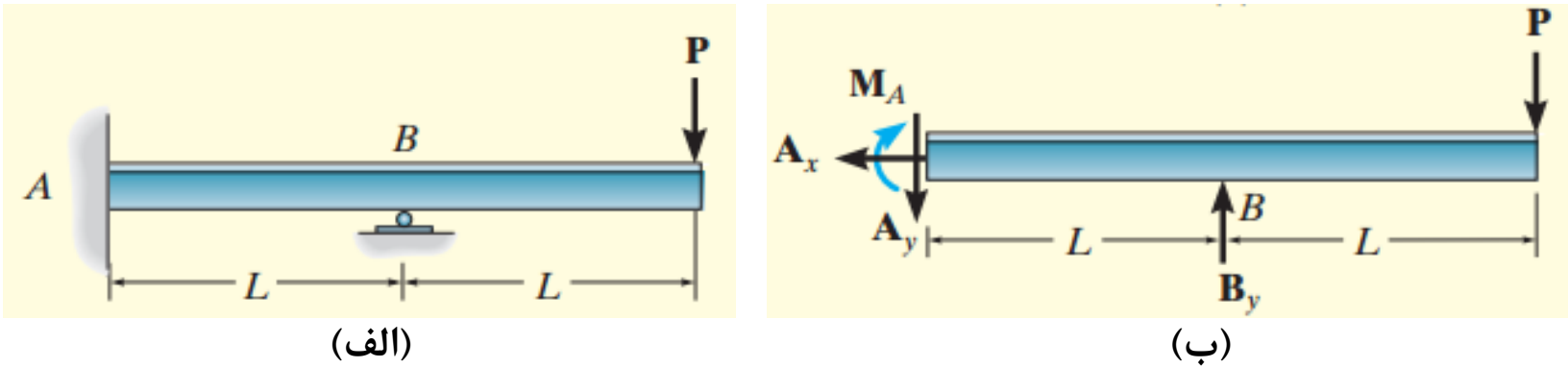
$$t_{A/B} = \int_A^B x \frac{M}{EI} dx$$

$$t_{A/B} = \bar{x} \int_A^B \frac{M}{EI} dx$$

تئوری آزمایش

❖ **محاسبه نیروی عکس العمل به روش لنگر سطح:**

تیر نشان داده شده در شکل ۱-الف را در نظر گرفته و مطابق شکل ۱-ب نیروها و ممان‌های عکس‌العمل را روی آن مشخص می‌کنیم.



شکل۱: الف) تیر با بار متمرکز در انتها، ب) نمایش نیروهای عکس العمل

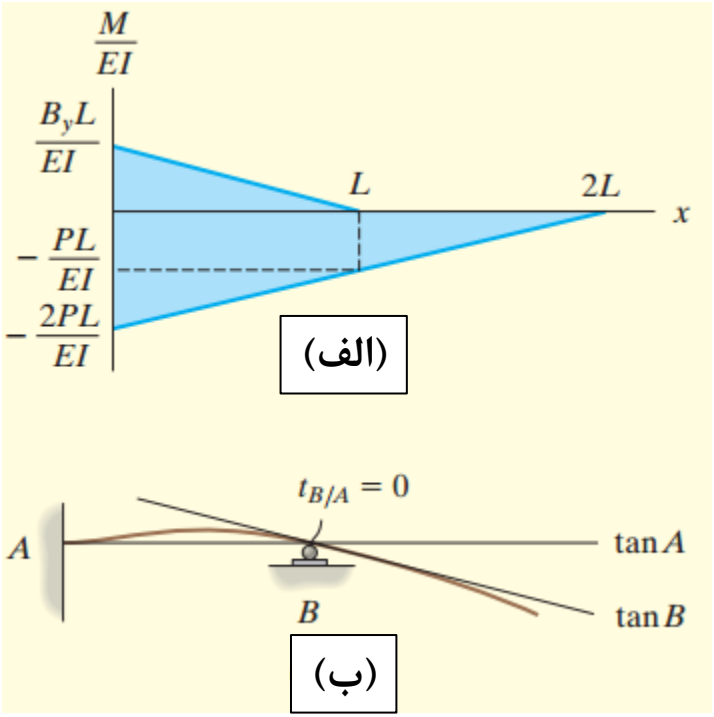
تئوری آزمایش

- **ترسیم منحنی $\frac{M}{EI}$:**

برای حل به روش لنگر سطح باید منحنی $\frac{M}{EI}$ در طول تیر ترسیم شود. این منحنی برای نیروی P و نیروی تکیه‌گاهی B_y در شکل ۵-الف نشان داده شده است. همچنین، منحنی الاستیک تیر در شکل ۵-ب ترسیم شده است. از آنجایی که تغییرمکان در B صفر می‌باشد داریم:

$$t_{B/A} = 0$$

$$t_{A/B} = \int_A^B x\frac{M}{EI}dx \qquad t_{A/B} = \bar{x}\int_A^B \frac{M}{EI}dx$$



شکل۲: الف) منحنی $\frac{M}{EI}$ ب) منحنی الاستیک

تئوری آزمایش

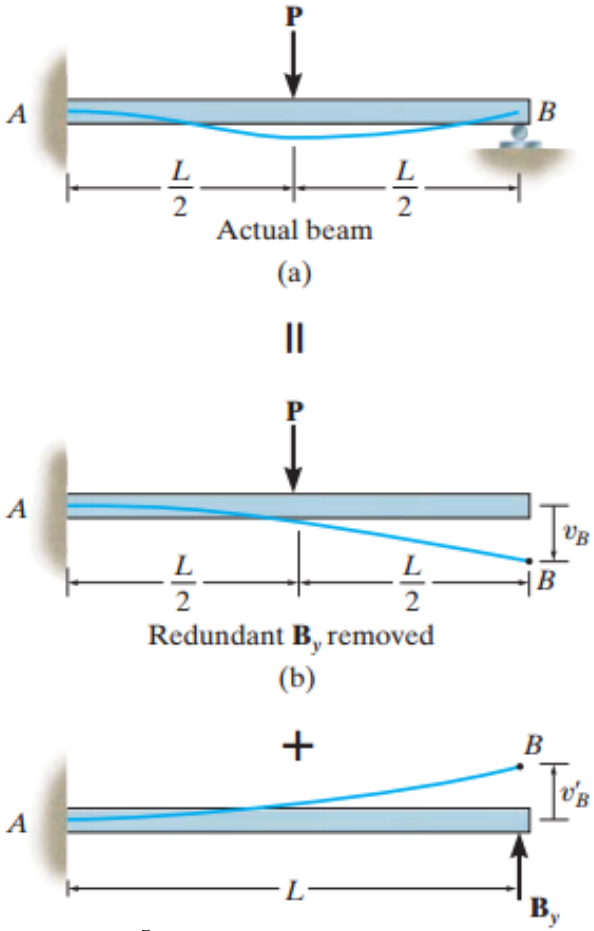
با به کارگیری قضیه دوم لنگر سطح مقدار نیروی تکیه‌گاهی B_y به صورت زیر بدست می‌آید.

$$t_{B/A} = \left(\frac{2}{3}L\right)\left[\frac{1}{2}\left(\frac{B_y L}{EI}\right)L\right] + \left(\frac{L}{2}\right)\left[\frac{-PL}{EI}(L)\right]$$
$$+ \left(\frac{2}{3}L\right)\left[\frac{1}{2}\left(\frac{-PL}{EI}\right)(L)\right] = 0$$
$$B_y = 2.5P$$

تئوری آزمایش

روش جمع آثار:

با استفاده از روش جمع آثار ابتدا خیز انتهای تیر را در اثر نیروی P محاسبه کرده و سپس با خیز تیر در اثر نیروی B_y جمع می‌کنیم. با توجه به صفر بودن خیز تیر در نقطه B حاصل جمع خیزها باید برابر صفر شود. در این صورت نیروی عکس العمل B_y به صورت زیر محاسبه می‌شود.



شکل ۳: روش جمع آثار

$$0 = -v_B + v'_B$$

$$v_B = \frac{5PL^3}{48EI}$$

$$v'_B = \frac{B_y L^3}{3EI}$$

$$0 = -\frac{5PL^3}{48EI} + \frac{B_y L^3}{3EI}$$

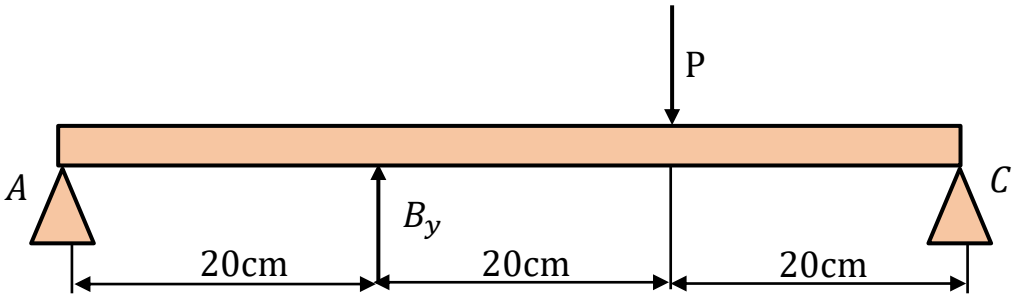
$$B_y = \frac{5}{16}P$$

روش انجام آزمایش

- **حل مسئله به روش جمع آثار برای تیر دوسر مفصل:**

با استفاده از روش جمع آثار ابتدا خیز انتهای تیر را در نقطه B در اثر نیروی P محاسبه کرده و سپس با خیز تیر در اثر نیروی B_y جمع می‌کنیم. با توجه به صفر بودن خیز تیر در نقطه B حاصل جمع خیزها باید برابر صفر شود. در این صورت نیروی عکس العمل B_y به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$-\frac{7PL^3}{486EI}+\frac{4B_yL^3}{243EI}=0 \rightarrow B_y=\frac{7}{8}P$$

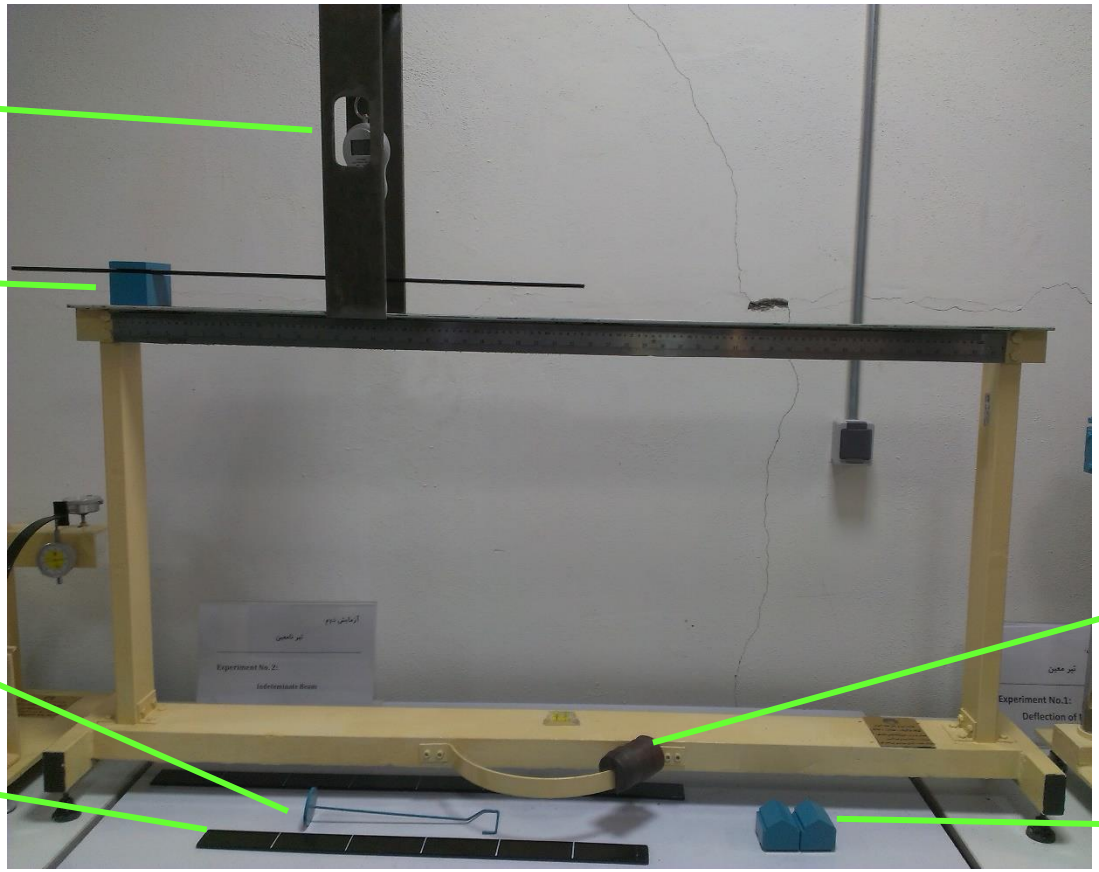


شکل ۴: نمایش موقعیت قرار گیری مفصل ها و نیرو

وسایل انجام آزمایش

- تعدادی تیر فلزی
- تکیه‌گاه مفصلی و گیردار
- تعدادی وزنه
- نیروسنج که به عنوان تکیه‌گاه نامعین در این آزمایش استفاده می‌گردد.
- وزنه‌آویز
- کولیس
- متر
- آچار جهت سفت کردن اتصالات

دستگاه آزمایش

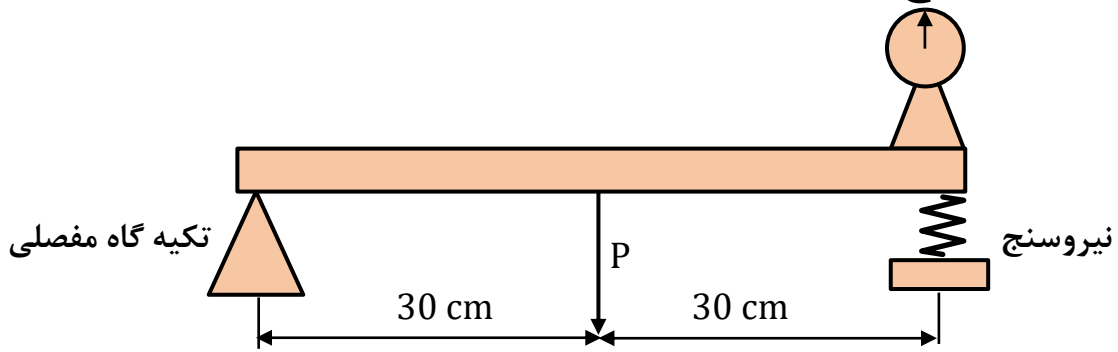


شکل ۵: معرفی وسایل آزمایش

روش انجام آزمایش

۱- مرحله اول: بررسی دقت نیروسنج در آزمایش تیر معین

تیری با **بیشترین سختی خمشی (بیشترین سطح مقطع)** را در شرایط دو سر مفصل مطابق شکل زیر قرار دهید. در یک انتهای تیر تکیه گاه مفصلی و در انتهای دیگر آن نیروسنج را قرار دهید. پیچ بالای نیروسنج را آن قدر بچرخانید تا تیر در وضعیت افقی قرار بگیرد. وزنه آویز را در وسط تیر قرار داده و نیروسنج را صفر کنید تا تیر آماده بارگذاری شود. با قرار دادن وزنه ۲۰۰ گرمی روی وزنه آویز، تیر را بارگذاری کرده و مقدار نیروی عکس العمل را از روی نیروسنج بخوانید. بارگذاری را با افزودن وزنه های ۲۰۰ گرمی ادامه داده و نتایج را در جدول پیوست ثبت کنید.

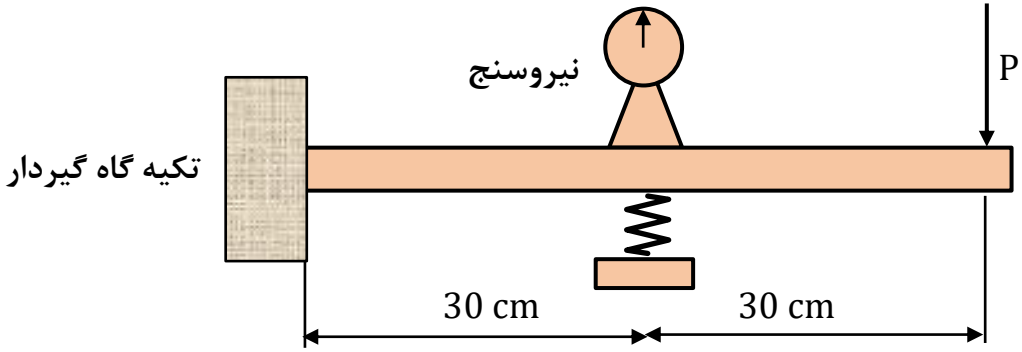


شکل۶: نحوه استقرار تیر در مرحله اول آزمایش

روش انجام آزمایش

۲- مرحله دوم: تیر یکسرگیردار با تکیه گاه مفصلی در وسط

تیری با **بیشترین سختی خمشی (بیشترین سطح مقطع)** را به طور یکسرگیردار به طول ۶۰ سانتی‌متر مطابق شکل ۷ نصب کنید و وزنه آویز را در انتهای آزاد تیر قرار دهید. نیروسنج و تکیه گاه را در وسط تیر قرار داده و نیرو سنج را صفر کنید تا تیر آماده بارگذاری شود. ضمن افزودن وزنه‌های ۲۰۰ گرمی روی وزنه آویز جدول پیوست را تکمیل نمایید.

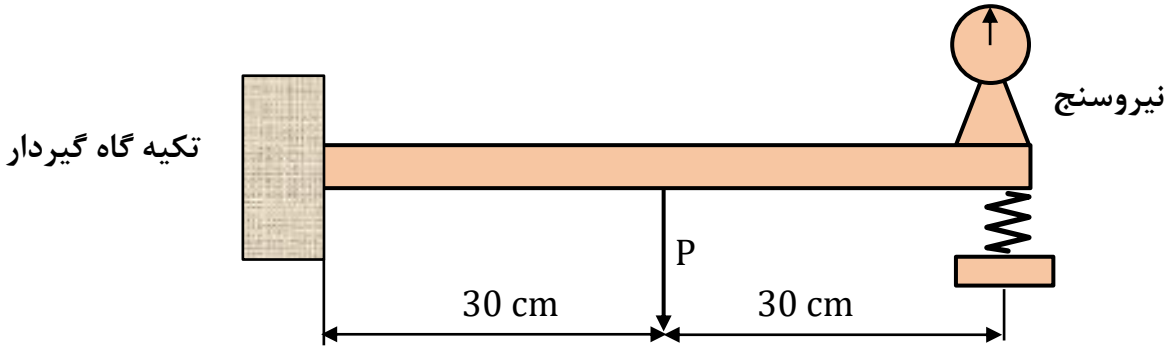


شکل۷: تیر نامعین آزمایش مرحله دوم

روش انجام آزمایش

۳- مرحله سوم: تیر یکسرگیردار با تکیه گاه مفصلی در انتها

تیری با **بیشترین سختی خمشی (بیشترین سطح مقطع)** را به طور یکسرگیردار به طول ۶۰ سانتی‌متر مطابق شکل ۸ نصب کنید و وزنه آویز را در وسط تیر قرار دهید. نیروسنج و تکیه گاه را در انتهای آزاد تیر قرار داده و نیرو سنج را صفر کنید تا تیر آماده بارگذاری شود. ضمن افزودن وزنه‌های ۲۰۰ گرمی روی وزنه آویز جدول پیوست را تکمیل نمایید.

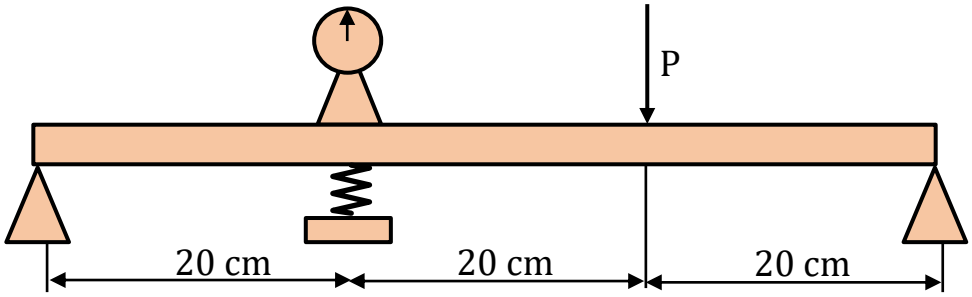


شکل ۸: آزمایش مرحله سوم

روش انجام آزمایش

۴- مرحله چهارم: تیر نامعین با سه تکیه گاه مفصلی

تیر فولادی با **بیشترین سختی خمشی (بیشترین سطح مقطع)** به طول ۶۰ سانتی‌متر را بر روی دو تکیه‌گاه مفصلی قرار دهید. به فاصله ۲۰ سانتی‌متر از یک انتهای آن نیروسنج را قرار داده و در فاصله ۲۰ سانتی‌متر از انتهای دیگر آن وزنه آویز را قرار دهید. نیروسنج را صفر کرده تا تیر آماده بارگذاری شود. با افزودن وزنه های ۲۰۰ گرمی بارگذاری را شروع کرده و در هر مرحله افزایش بار نتیجه را در جدول پیوست ثبت کنید.



شکل ۹: نمایش موقعیت قرارگیری مفصل‌ها و نیرو

محاسبه مقادیر تئوری

طبق آن چه در تئوری آزمایش بدست آورده شد، فرمول‌های لازم برای محاسبه مقادیر تئوری هر مرحله عبارتند از:

۱- مرحله اول:

$$B_y = \frac{P}{2}$$

۲- مرحله دوم:

$$B_y = 2.5P$$

۳- مرحله سوم:

$$B_y = \frac{5}{16}P$$

۴- مرحله چهارم:

$$B_y = \frac{7}{8}P$$

محاسبه درصد خطای آزمایشگاهی

نحوه محاسبه درصد خطای آزمایشگاهی در زیر ارائه شده است:

$$\text{درصد خطای آزمایشگاهی} = \frac{\text{نیروی عکس العمل تجربی - نیروی عکس العمل تئوری}}{\text{نیروی عکس العمل تئوری}} \times 100$$

جدول داده‌های آزمایش و نتایج تئوری

مرحله اول: بررسی دقت نیروسنج

$$B_y = \frac{P}{2}$$

بار (gr)	نیروی عکس العمل تجربی (gr)	نیروی عکس العمل تئوری (gr)	درصد خطای آزمایشگاهی (%)
۲۰۰			
۴۰۰			
۶۰۰			
۸۰۰			
۱۰۰۰			

جدول داده‌های آزمایش و نتایج تئوری

مرحله دوم: تیر یکسرگیردار با تکیه گاه مفصلی در وسط

$$B_y = 2.5P$$

بار (N)	نیروی عکس العمل تجربی (N)	نیروی عکس العمل تئوری (N)	درصد خطای آزمایشگاهی (%)
۲	۵/۰۱	۵	
۴	۱۰/۰۳	۱۰	
۶	۱۵/۰۴	۱۵	
۸	۲۰/۰۵	۲۰	
۱۰	۲۵/۰۷	۲۵	

جدول داده‌های آزمایش و نتایج تئوری

مرحله سوم: تیر یکسرگیردار با تکیه گاه مفصلی در انتهای آزاد

$$B_y = \frac{5}{16}P$$

بار (N)	نیروی عکس العمل تجربی (N)	نیروی عکس العمل تئوری (N)	درصد خطای آزمایشگاهی (%)
۲	۰/۶۲۲	۰/۶۲۵	
۴	۱/۲۴۵	۱/۲۵۰	
۶	۱/۸۶۷	۱/۸۷۵	
۸	۲/۴۹۰	۲/۵۰۰	
۱۰	۳/۱۱۲	۳/۱۲۵	

جدول داده‌های آزمایش و نتایج تئوری

مرحله چهارم: تیر نامعین با سه تکیه گاه مفصلی

$$B_y = \frac{7}{8}P$$

بار (N)	نیروی عکس العمل تجربی (N)	نیروی عکس العمل تئوری (N)	درصد خطای آزمایشگاهی (%)
۲	۱/۷۵	۱/۷۵	
۴	۳/۵۰	۳/۵۰	
۶	۵/۲۵	۵/۲۵	
۸	۷/۰۰	۷/۰۰	
۱۰	۸/۷۵	۸/۷۵	

خواسته‌های آزمایش

- **پس از انجام آزمایش فوق مطلوب است:**

۱- بر اساس اطلاعات مندرج در جداول پیوست، منحنی‌های تئوری و تجربی واکنش‌های تکیه‌گاهی در مقابل بار را رسم کنید.

۲- منحنی درصد خطای آزمایشگاهی را بر حسب بار در تمامی مراحل ترسیم نمایید.

۳- عوامل خطا را نام ببرید.

۴- نتایج بدست آمده از آزمایش را بیان کرده و پیشنهادات جهت بهبود نتایج را ارائه دهید.

روش گزارش کار نویسی

- **گزارش کار باید شامل بخش های زیر باشد:**

۱- صفحه اول: عنوان آزمایش، شماره آزمایش، تاریخ انجام آزمایش

۲- صفحه دوم: فهرست مطالب

۳- سایر صفحات: اهداف آزمایش، تئوری آزمایش، وسایل انجام آزمایش، روش انجام آزمایش، ثبت نتایج، ترسیم منحنی‌های خواسته شده، محاسبه درصد خطا، بررسی عوامل خطا، نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادات

گروه آموزشی فتحی

بیل گیتس:

من در رقابت با هیچ کس جز خودم نمی باشم، هدف من مغلوب کردن آخرین کاریست که انجام داده ام.